

# UNELE CONSIDERAȚII ASUPRA MODELĂRII MATEMATICE A ACTIVITĂȚII FICATULUI UMAN

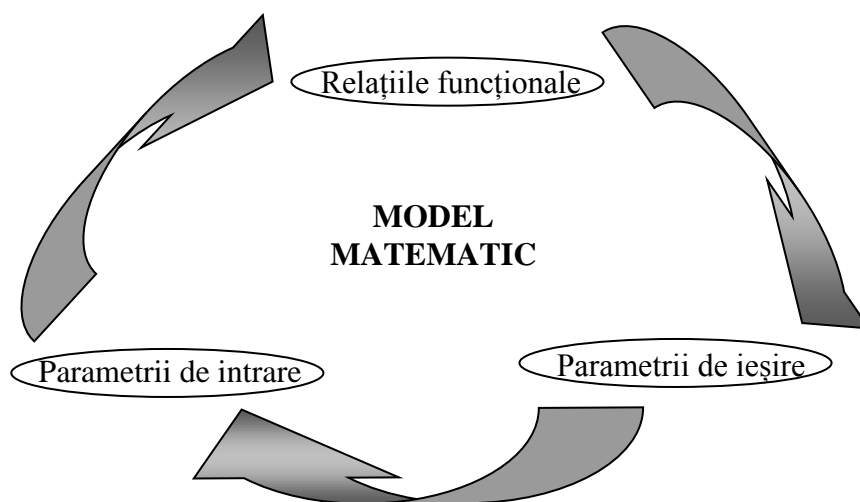
Asist. univ. ing. Panaitescu-Liess Radu  
Facultatea de Utilaj Tehnologic, U.T.C.B.

**Abstract:** Mathematical models in biology in general and in particular, should express a balance between describing the complex process of studying and solving simple differential equations. Thus, this article presents a simple mathematical model describing the functioning of human liver and a dynamic model of action vibratory phenomena. In the future, the author proposes to extend the research, so that the mathematical model presented is studied and exposure to mechanical vibration.

**Keywords:** mathematical model, liver, mechanical vibration

## 1. GENERALITĂȚI

Conceptul de modelare matematică cuprinde trei paliere: parametrii de intrare, relațiile funcționale și parametrii de ieșire.



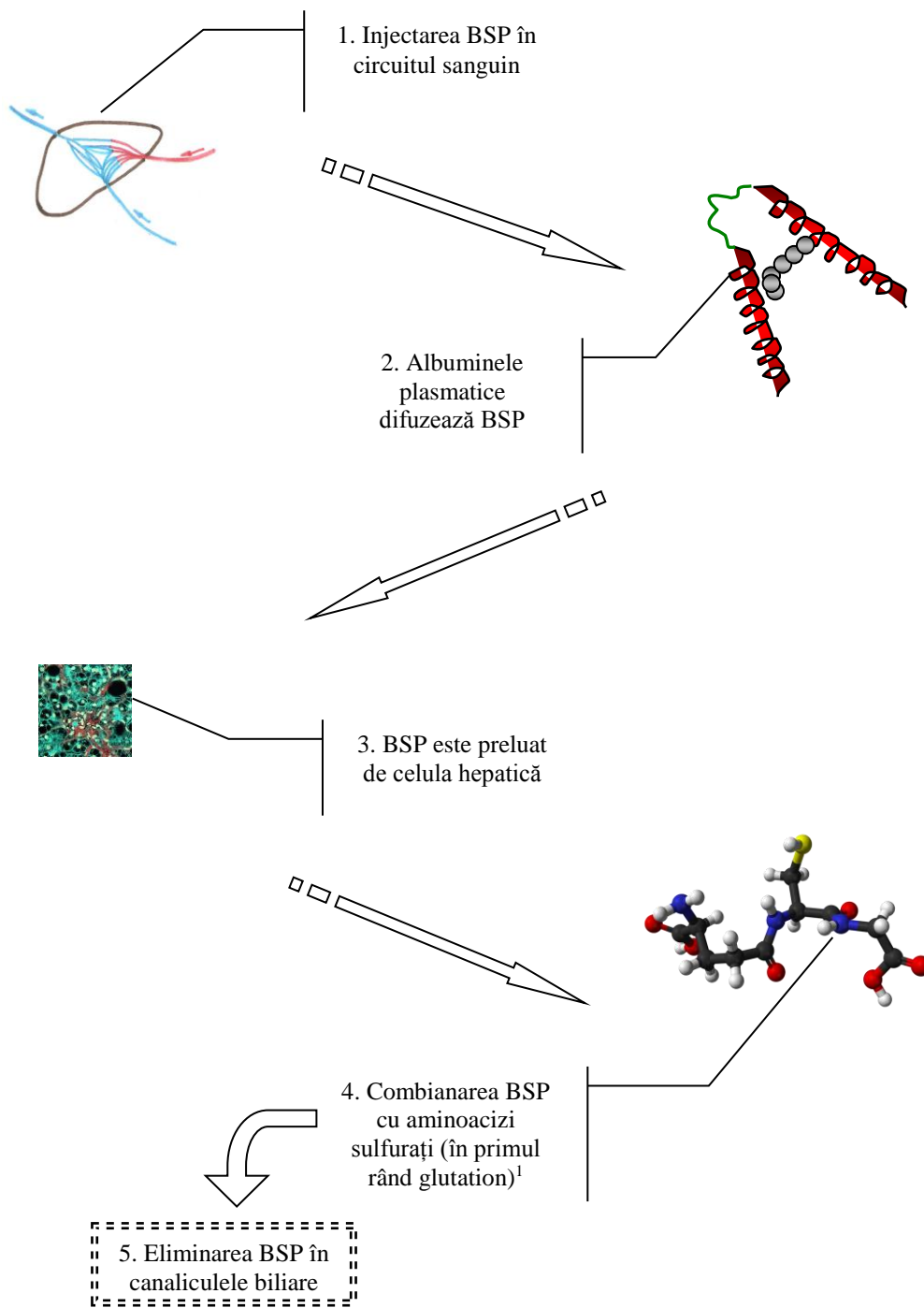
Datorită complexității deosebite pe care o are organismul uman, modelarea matematică a proceselor ce se desfășoară în interiorul acestuia este o sarcină dificilă. Un model matematic trebuie să se regăsească la limita dintre complexitate (ce este necesară descrierii cât mai detaliate a proceselor) și simplitate (pentru o facilă rezolvare).

Considerat - pe bună dreptate - drept o adevărată uzină vie, ficatul este capabil să îndeplinească câteva sute de funcții diferite. Una dintre metodele prin care se poate stabili buna funcționare a ficatului uman, o reprezintă injectarea în sânge a unei substanțe de culoare albastră și

anume bromsulfaleina (BSP). Prin măsurarea la diferite intervale de timp  $\Delta t$ , a concentrației din circuitul sanguin a acestui colorant se fac aprecieri în ceea ce privește funcția excretorie hepatică. Astfel, prezența în sânge, după  $\Delta t = 40$  minute, a mai mult de zece procente din cantitatea injectată relevă o funcționare anormală a ficatului.

## 2. MODELUL MATEMATIC STUDIAT

Schematic, mecanismul prin care BSP ajunge în canaliculele biliare arată astfel:



Fie  $x_1$  – cantitatea de bromsulfaleină (BSP) din sânge,  $x_2$  – cantitatea de bromsulfaleină (BSP) din ficat și  $x_3$  – cantitatea de bromsulfaleină (BSP) din bilă la un moment dat  $t$ , un model simplu prezentat de L. Čelechovská în [2] și de R. Georgescu în [3] este următoarea problemă Cauchy:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -m \cdot x_1(t) + n \cdot x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = m \cdot x_1(t) - (n + p) \cdot x_2(t) \\ \dot{x}_3(t) = p \cdot x_2(t) \end{cases} \quad (1)$$

unde  $m, n, p$  sunt ratele de transfer. Aceste rate de transfer caracterizează starea clinică a omului. Se poate spune deci, că la momentul  $t=0$ , cantitățile de BSP din sânge, ficat și bilă au următoarele valori [3]:

$$\begin{aligned} x_1(0) &= I > 0; \\ x_2(0) &= 0; \\ x_3(0) &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Atunci când  $t=0$ , valoarea lui  $x_3(t)$  se determină din relația următoare [3]:

$$x_3(t) = I - x_1(t) - x_2(t) \quad (3)$$

Prin urmare, sistemul (1) se transformă într-un sistem bidimensional și anume:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -m \cdot x_1(t) + n \cdot x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = m \cdot x_1(t) - (n + p) \cdot x_2(t) \end{cases} \quad (4)$$

unde  $m, n, p$  au valori pozitive.

Studiul bifurcației dinamice și statice a acestui model matematic, realizat în [3], conduce și la găsirea unui caz în care sistemul are un singur punct de echilibru (nod atractiv). Acest caz are o importanță biologică, deoarece se constată că după o perioadă de timp, cantitățile de bromsulftaleină din sânge și ficat ajung la zero, relevând buna funcționare a ficatului.

### 3. CAZUL EXPUNERII LA VIBRAȚII

Conform A. Picu, una dintre cele mai importante zone de risc în cazul interacțiunii corpului uman cu vibrațiile mecanice o reprezintă abdomenul [4]. Frecvența de rezonanță a masei abdominale este cuprinsă între 4 și 8 Hz. Masa abdominală este constituită din mai multe organe interne cu frecvențe de rezonanță diferite, considerate a oscila ca o singură masă.

Pe de altă parte, în urma expunerii la vibrații, sunt cunoscute modificările care apar – în sensul scăderii – în concentrația din sânge a unor vitamine, cum ar fi de acid ascorbic sau tendința spre hipoglicemie. [5]

Pentru a descrie interacțiunea dintre o sursă de vibrații și ficatul uman, se consideră un model dinamic cu un singur grad de libertate (Figura 1).

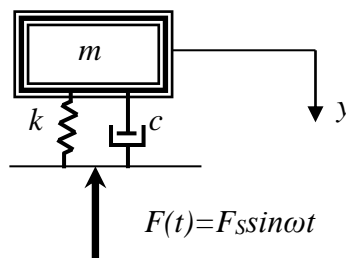


Figura 1. Modelul dinamic propus

Factorul de transmisibilitate al forței se definește ca amplitudinea forței transmise la receptor  $F_R$  și amplitudinea forței generate de sursă  $F_S$ :

$$T = \frac{F_T}{F_S} = \frac{\sqrt{1 + (2\xi\eta)^2}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2\xi\eta)^2}} \quad (5)$$

unde,

$\xi$  – raportul de amortizare;

$\eta$  – raportul dintre pulsația vibrației generate și pulsația proprie a ficatului.

Cunoscând raportul de amortizare  $\xi$ , se poate realiza o simulare a transmisibilității forțelor în funcție de  $\eta$ .

#### 4. CONCLUZII

Acțiunea vibrațiilor asupra omului produce o largă gamă de efecte, de cele mai multe ori negative. Dacă aducem în discuție faptul că aparatele care vizează scăderea masei celulitice prin intermediul vibrațiilor acționează și la nivelul abdomenului, pe viitor autorul își propune extinderea cercetărilor, astfel ca modelul matematic prezentat în prima parte a acestui articol să fie studiat și în cazul expunerii la vibrații mecanice.

#### BIBLIOGRAFIE

- [1] **Mills, Ben** - <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Glutathione-from-xtal-3D-balls.png>;
- [2] **Čelechovská, L.** - A simple mathematical model of the human liver, *J. Applications of Mathematics*, 49 (3) (2004), pag. 227-246;
- [3] **Georgescu, R. M.** – Bifurcație în dinamica biologică cu metode de teoria grupurilor, *Matematică aplicată și industrială, Editura Universității din Pitești (2009)*, pag. 53;
- [4] **Picu, A. A.** – Modelarea biomecanică neliniară a dinamicii corpului uman sub acțiunea vibrațiilor transmise, *Teză de doctorat, p. 53, Galați, 2010*;
- [5] **Pushkina, N. N.** – Some blood indices in subjects under going the effect of general vibration, *Higiena Truda I Professional'nye Zabolevanija*, 1961.